

第二章 流体的主要物理性质

❖ 流体的可压缩性计算、牛顿内摩擦定律的计算、粘度的三种表示方法。

1. 密度 $\rho = m / V$

2. 重度 $\gamma = G / V$

3. 流体的密度和重度有以下的关系： $\gamma = \rho g$ 或 $\rho = \gamma / g$

4. 密度的倒数称为比体积，以 v 表示 $v = 1 / \rho = V / m$

5. 流体的相对密度： $d = \gamma_{\text{流}} / \gamma_{\text{水}} = \rho_{\text{流}} / \rho_{\text{水}}$

6. 热膨胀性 $\alpha = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta T}$

7. 压缩性. 体积压缩率 $\kappa = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}$

8. 体积模量 $K = \frac{1}{\kappa} = \frac{V \Delta p}{\Delta V}$

9. 流体层接触面上的内摩擦力 $F = \mu A \frac{dv}{dn}$

10. 单位面积上的内摩擦力（切应力）（牛顿内摩擦定律） $\tau = \pm \mu \frac{dv}{dn}$

11. 动力粘度 μ ： $\mu = \frac{\tau}{dv/dn}$

12. 运动粘度 ν ： $\nu = \mu / \rho$

13. 恩氏粘度 $^{\circ}E$ ： $^{\circ}E = t_1 / t_2$

第三章 流体静力学

❖ 重点：流体静压强特性、欧拉平衡微分方程式、等压面方程及其、流体静力学基本方程意义及其计算、压强关系换算、相对静止状态流体的压强计算、流体静压力的计算（压力体）。

1. 常见的质量力：

$$\text{重力 } \Delta W = \Delta mg、$$

$$\text{直线运动惯性力 } \Delta F_I = \Delta m \cdot a$$

$$\text{离心惯性力 } \Delta F_R = \Delta m \cdot r \omega^2 .$$

2. 质量力为 F_0 ： $F = m \cdot am = m(f_x i + f_y j + f_z k)$

$am = F/m = f_x i + f_y j + f_z k$ 为单位质量力，在数值上就等于加速度

实例：重力场中的流体只受到地球引力的作用，取 z 轴铅垂向上， xoy 为水平面，则单位质量力在 x 、 y 、 z 轴上的分量为： $f_x = 0$ ， $f_y = 0$ ， $f_z = -mg/m = -g$ 式中负号表示重力加速度 g 与坐标轴 z 方向相反

3 流体静压强不是矢量，而是标量，仅是坐标的连续函数。即： $p = p(x, y, z)$ ，由此得静压强的全微分为：

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

4. 欧拉平衡微分方程式

$$f_x \rho dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = 0$$

$$f_y \rho dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz = 0$$

$$f_z \rho dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz = 0$$

单位质量流体的力平衡方程为：

$$f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad f_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

5. 压强差公式（欧拉平衡微分方程式综合形式）

$$\rho(f_x dx + f_y dy + f_z dz) = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

$$dp = \rho(f_x dx + f_y dy + f_z dz)$$

6. 质量力的势函数 $dp = \rho(f_x dx + f_y dy + f_z dz) = \rho dU$

7. 重力场中平衡流体的质量力势函数

$$\begin{aligned} dU &= \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz = f_x dx + f_y dy + f_z dz \\ &= -gdz \end{aligned}$$

积分得： $U = -gz + c$

8. 等压面微分方程式 $f_x dx + f_y dy + f_z dz = 0$

9. 流体静力学基本方程

对于不可压缩流体， $\rho = \text{常数}$ 。积分得

形式一： $p + \rho g z = c$

形式二 $\frac{p_1}{\rho} + g z_1 = \frac{p_2}{\rho} + g z_2 = c$

形式三 $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} = c$

10. 压强基本公式 $p = p_0 + \rho g h$

11. . 静压强的计量单位

❖ 应力单位：Pa、N/m²、bar

❖ 液柱高单位：mH₂O、mmHg

❖ 标准大气压：1 atm = 760 mmHg = 10.33 mH₂O = 101325 Pa \approx 1bar

第四章 流体运动学基础

1 拉格朗日法：流体质点的运动速度的拉格朗日描述为

$$\begin{cases} u = u(a, b, c, t) \\ v = v(a, b, c, t) \\ w = w(a, b, c, t) \end{cases}$$

压强 p 的拉格朗日描述是： $p = p(a, b, c, t)$

2. 欧拉法流速场 $\begin{cases} u = u(x, y, z, t) \\ v = v(x, y, z, t) \\ w = w(x, y, z, t) \end{cases} \quad \vec{v} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$

压强场: $p=p(x, y, z, t)$ $\vec{a} = \vec{a}(x, y, z, t) = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$

加速度场

$$\begin{cases} a_x = \frac{du}{dt} = \frac{du(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ a_y = \frac{dv}{dt} = \frac{dv(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ a_z = \frac{dw}{dt} = \frac{dw(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \end{cases}$$

简写为 $\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}$

时变加速度: $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ 位变加速度 $(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}$

3. 流线微分方程: . 在流线任意一点处取微小线段 $d\vec{l} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$, 该点速度为: $\vec{v} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$, 由于 \vec{v} 与 $d\vec{l}$ 方向一致, 所以有: $d\vec{l} \times \vec{v} = 0$

4. 流量计算:

单位时间内通过 dA 的微小流量为 $dq_v = u dA$

通过整个过流断面流量 $q_v = \int d q_v = \int_A u d A$

相应的质量流量为 $q_m = \rho q_v = \rho \int_A u d A$

5. 平均流速: $v = \frac{q_v}{A} = \frac{\int_A u d A}{A}$

$q_v = vA$

6. 连续性方程的基本形式

$$\int_{A_2} \rho_2 u_2 dA - \int_{A_1} \rho_1 u_1 dA = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

对于定常流动 $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ 有 $\rho_1 \int_{A_1} u_1 dA = \rho_2 \int_{A_2} u_2 dA$ 即 $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$

对于不可压缩流体, $\rho_1 = \rho_2 = c$, 有 $\int_{A_1} u_1 dA = \int_{A_2} u_2 dA$ 即
 $A_1 v_1 = A_2 v_2 = q_v$

7. 三元流动连续性方程式 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$

定常流动 $\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$

不可压缩流体定常或非定常流: $\rho = c$ $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

8. 雷诺数 $Re = \frac{\rho u d}{\mu}$

对于圆管内的流动:

$Re < 2000$ 时, 流动总是层流型态, 称为层流区;

$Re > 4000$ 时, 一般出现湍流型态, 称为湍流区;

$2000 < Re < 4000$ 时, 有时层流, 有时湍流, 处于不稳定状态, 称为过渡区;

取决于外界干扰条件。

9. 牛顿黏性定律 $\frac{F}{A} = \mu \frac{U}{y}$

10. 剪切应力, 或称内摩擦力, N/m² $\tau = -\mu \frac{du_x}{dy}$

11. 动力黏性系数 $\mu = -\frac{\tau}{\frac{du_x}{dy}}$

12. 运动黏度 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, m²/s

13. . 临界雷诺数 $Re_{xc} = \frac{\rho x_c u_0}{\mu}$

14. 进口段长度 $\frac{l_e}{d}$

第五章 流体动力学基础

1. 欧拉运动微分方程式

$$f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du}{dt} \quad f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{dv}{dt} \quad f_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dw}{dt}$$

2. 欧拉平衡微分方程式

$$\boxed{f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0} \quad f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad f_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

3. 理想流体的运动微分方程式

$$f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$f_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}$$

4. 理想不可压缩流体重力作用下沿流线的伯努利方程式：三个式子

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = c \quad z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = c \quad z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = c$$

5. 理想流体总流的伯努利方程式 $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}$

6. 总流的伯努利方程 $z_1 + \frac{p_1}{g\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{g\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$

7. 实际流体总流的伯努利方程式 $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_f$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_L$$

8. 粘性流体的伯努利方程

9. . 总流的动量方程 $\beta_2 \rho Q_2 V_2 - \beta_1 \rho Q_1 V_1 = \sum \vec{F}$

10. 总流的动量矩方程 $\beta_2 \rho Q_2 r_2 \times V_2 - \beta_1 \rho Q_1 r_1 \times V_1 = \sum r \times \vec{F}$

$$M = \rho Q (V_2 r_2 \cos \alpha_2 - V_1 r_1 \cos \alpha_1)$$

11. 叶轮机械的欧拉方程 功 $W = \int_0^\theta M d\theta = M \theta$

功率 $P = \frac{dW}{dt} = M \frac{d\theta}{dt} = M \omega$

12. 洒水器 $2 \rho Q (VR \cos \theta - \omega R^2) = 0$
 $\therefore \omega = \frac{V}{R} \cos \theta$

第七章 流体在管路中的流动

1. 临界雷诺数 $Re = \frac{V \rho d}{\mu} = \frac{Vd}{\nu}$ 临界雷诺数=2000, 小于 2000, 流动为

层流大于 2000, 流动为湍流

2. 沿程水头损失 $h_f = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma}$

当流动为层流时沿程水头损失 h_f 为, $V(1.0)$;

当流动为湍流时沿程水头损失 h_f 为, $V(1.75 \sim 2.0)$

3. 水力半径 : $r_h = \frac{A}{P}$ 相当直径 : $d_h = 4r_h$

4. 圆管断面上的流量 $Q = \frac{\pi}{8\mu} GR^4$

5. 平均流速 $V = \frac{Q}{A} = \frac{\frac{1}{2}\pi R^2 v_{\max}}{\pi R^2} = \frac{G}{8\mu} R^2 = \frac{1}{2} v_{\max}$

6. 局部阻力因数为 $c_f = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2}\rho V^2}$

7. 管道沿程摩阻因数 $\lambda = 4c_f = \frac{64}{Re}$

8. 沿程水头损失的计算 $h_f = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{Gl}{\gamma} = \frac{8\mu l}{\gamma R^2} V = \frac{64}{\rho V d} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}$

第九章

1. .薄壁孔口特征: $L/d \leq 2$

厚壁孔口特征: $2 < L/d \leq 4$

2. 流速系数 $C_v = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_c}}$

.3. 流量系数 $C_d = C_c C_v$